

物理可实现的相位编码压缩成像

张 成¹,程 鸿^{1,2},张 芬¹,沈 川¹,韦 穗¹

(1. 安徽大学计算智能与信号处理教育部重点实验室,安徽合肥 230039;2. 安徽省现代成像与显示技术重点实验室,安徽合肥 230039)

摘 要: 压缩成像是压缩感知理论最重要的研究领域之一.在分析压缩成像中实际测量矩阵与测量值约束的基础上,提出一种基于4-f光学架构的物理可实现的频域相位编码压缩成像方法.该方法利用两路光学架构之间的补偿实现相位编码压缩成像中测量值的非负记录,然后从该测量值精确恢复原图像,解决压缩成像应用中理论与实际物理约束之间不一致的问题.该方法可以单次曝光获得充分的测量值精确重建原图像,不需要其它附加信息,是压缩成像物理实现的一种非常可行的方案.模拟实验证明该方法可以有效地实现图像的压缩测量与超分辨率重建.

关键词: 压缩成像; 相位编码; 物理可实现

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2013)05-0982-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2013.05.23

Physical Realizable Phase Encoding Compressed Imaging

ZHANG Cheng, CHENG Hong^{1,2}, ZHANG Fen¹, SHEN Chuan¹, WEI Sui¹

(1. Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China;

2. Key Laboratory of Modern Imaging and Displaying Technology of Anhui Province, Hefei, Anhui 230039, China)

Abstract: Compressed Imaging (CI) is one of the most important research area of compressed sensing. Analyzing the constraints on actual measurement matrix and measurement values in CI, a frequency domain phase encoding CI method is proposed, which can be physically realized based on 4-f optical architecture. This method exploits two-way optical architecture compensated for the phase-encoding CI to implement the value non-negative for recording, and then accurately recover the original image from the measured values, to resolve inconsistencies between the theoretical requirements and physical constraints in CI. With measured values can be obtained in a single exposure, such method can reconstruct the original image precisely without additional information, and is a very practical scheme for physical realization of CI. Simulation experiments demonstrate that our proposed method can effectively capture compressed measurements of image and achieve super-resolution reconstruction.

Key words: compressive imaging; phase encoding; physical realizable

1 引言

作为压缩感知理论^[1,2]最重要的研究领域之一,压缩成像利用的唯一先验信息自然界中大多数场景图像在某些稀疏算符或冗余字典上是稀疏或可压缩的,其优点是可以比传统的Nyquist采样定理所需要的测量数目少得多的测量值捕获充分信息重建稀疏或可压缩图像.压缩成像可以降低成像设备制造成本,提高成像分辨率和成像质量以及进一步提高现有成像技术的性能等一系列优势.

第一个压缩成像的实例是Rice大学的单像素相机^[3],其最大缺陷在于一次只获得一个测量值,限制其在一般成像领域的应用.因此,Stern等提出一种相位编码压缩成像方法^[4,5],单次曝光捕获充分的测量值.但

是,相关研究并未考虑其物理实现,其测量矩阵以及测量值通常是复数的,不利于物理实现.

本文在此基础上提出一种基于4-f光学架构的物理可实现的压缩成像方法,使用频域相位编码与积分下采样实现图像信息的降维捕获与重建,并应用于大尺度图像,具有较高的重建质量和速度.

2 压缩感知基本原理

压缩感知理论由Donoho^[6]和Candès^[7]等率先提出,利用是信号的稀疏性,从远少于Nyquist采样线性测量中精确恢复原信号.压缩感知的成功依赖于两个重要性质,稀疏性和非相干性^[7].

考虑长度为 N 的信号 g^{me} 通过测量系统获得的数据为

$$y = \Phi g^{\text{me}} + e \quad (1)$$

其中 Φ 是测量算符, e 是测量噪声. CS 理论表明, 如果测量算符 Φ 满足限制等距性质 (Restricted Isometric Property, RIP)^[7], 那么欠定的方程(1)可以通过选择最稀疏方法产生一个精确的求解办法, 最终可转为下式的松弛 ℓ_1 模优化问题

$$\theta^{\text{est}} = \arg \min_{\theta} \|\theta\|_1 \text{ subject to } \|y - \Phi\Psi\theta\|_2 \leq \epsilon$$

$$g^{\text{est}} = \Psi\theta^{\text{est}} \quad (2)$$

其中 $\epsilon > 0$, 是一个噪声上界.

3 物理可实现的压缩成像方法

3.1 频域相位编码压缩成像

考虑单色相干光源照明, 感兴趣的目标图像是一个透明掩模板, 想要获取该掩模板发射出的光场强度, 光场的强度使用一个探测器阵列度量. 根据卷积的原理可以得到测量值为

$$\begin{aligned} y &= \Delta_{\downarrow} (g \otimes h) + e \\ &= \Phi g + e \\ &= \Delta_{\downarrow} \mathcal{F}_{2D}^{-1} \Sigma \mathcal{F}_{2D} g + e \\ &= \Phi \Psi \theta + e \end{aligned} \quad (3)$$

其中 g 是 $n \times n$ 的原始图像, Φ 是测量算符, Ψ 是稀疏算符, θ 只有 K 个非零元的稀疏系数向量, 噪声向量 $e \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, h 是点扩散函数, \otimes 是卷积, Δ_{\downarrow} 表示下采样操作, 如几何下采样或积分下采样等.

下面分析式(3)对应压缩测量的具体实现原理. 对于二维图像, 测量算符 Φ 形式如下:

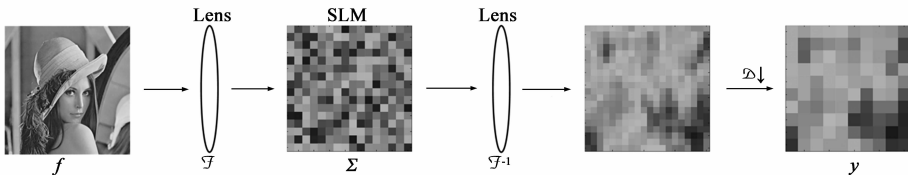


图1 频域相位随机编码策略

图1是4- f 光学系统频域相位随机调制的系统示意图. Lena 图像经过该系统的频域相位编码后, 在仅针对频域相位的随机调制延时作用下, 最终获得的测量值的相位只有 $[0, \pi]$ 两种值, 因而是实数的, 测量值图像 y 看上去和原 Lena 图像几乎没有任何关系. 但是, 从该低维测量值 y 中却可以精确地恢复原 Lena 图像.

3.3 非负性测量原理

实际成像中所能测量的只有图像和点扩散函数卷积的结果, 是一个非负实数, 图1中的系统只能保证获得的测量值是实数, 并不能保证非负性. 为与实际约束一致, 必须对图1所示的系统加以改进.

实现测量值非负的原理, 可以通过在现有测量值上加上一个足够大的正向偏移 y^{DC} , 使所有的测量值变

$$\Phi = \Delta_{\downarrow} \mathcal{F}_{2D}^{-1} \Sigma \mathcal{F}_{2D}, \quad (4)$$

式中, \mathcal{F}_{2D} 表示二维离散傅立叶变换, \mathcal{F}_{2D}^{-1} 是 \mathcal{F}_{2D} 的逆变换, Σ 具体表达式如下:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中 σ_{ij} 是单位幅度的随机相位, 是共轭对称的, 满足测量值是实数的条件. Σ 可使用相位板或其它器件实现, 如空间光调制器 (Spatial Light Modulator, SLM)^[8].

上述测量是基于4- f 架构实现的, 是一种可行的压缩成像方案. 该方案具有以下几个吸引人的特性: (1)通用性. 即与信号表示 Ψ 的选择无关; (2)数值结构, 可以使用一些特殊的快速变换在重建算法迭代过程中反复计算 $\Phi\Psi$ 与 $\Psi^T\Phi^T$, 提高重建速度. (3)物理可实现性, 该策略易于物理实现, 可利用4- f 架构捕获测量值.

如果式(3)测量中的噪声 e 是有界的, 即 $\|e\|_2 \leq \epsilon_0$, Romberg^[9]给出式(2)中的一个松弛版本的解 θ^* , 将服从 $\|\theta^* - \theta_0\|_2 \leq C_2 (M^{-1/2} \epsilon_0 + K^{-1/2} \|\theta^* - \theta_{0,K}\|_1)$

(6)

3.2 原理图

式(4)中测量算符 Φ 可利用基于4- f 光学架构实现, 光学实现原理图如图1所示. Φ 的作用是保持原图像傅立叶变换的幅度不变, 仅对其傅立叶变换的每一点的相位做出不同的均匀随机延时实现图像信息的随机调制以便于在降维采样条件下保有更多的信息.

为非负, 从而能够被探测器阵列测量, 记为 y^{CCD} :

$$y^{\text{CCD}} = y^{\text{CS}} + y^{\text{DC}} \quad (7)$$

其中

$$y^{\text{DC}} = \Delta_{\downarrow} \mathcal{F}_{2D}^{-1} (c_0 \delta) \mathcal{F}_{2D} g \quad (8)$$

c_0 是常数. 从而有

$$\begin{aligned} y^{\text{CCD}} &= y^{\text{CS}} + y^{\text{DC}} \\ &= \Delta_{\downarrow} \mathcal{F}_{2D}^{-1} \Sigma \mathcal{F}_{2D} g + \Delta_{\downarrow} \mathcal{F}_{2D}^{-1} (c_0 \delta) \mathcal{F}_{2D} g \\ &= \Delta_{\downarrow} (g \otimes h) + \Delta_{\downarrow} (g \otimes h_0) \\ &= \Delta_{\downarrow} [g \otimes (h + h_0)] \\ &= \Delta_{\downarrow} [g \otimes h^+] \end{aligned} \quad (9)$$

如果点扩散函数 h^+ 所有元素是正的, 那么与 g 卷积后的结果也是正的, Δ_{\downarrow} 不影响其正负性. 通过给 h

加一个正的偏移常量 h^0 , 从而形成新的所有元素是正的 h^+ , 其中 h^0 是比原 h 中最大幅度的负元素大的某个数. 图 2 中的数值结果证明了上述结论的合理性.

在图 2 中, 通过 MATLAB 中的 rand 函数生成的共轭对称的随机相位在图 1 中获得的测量值 (c) 中含有负

值, 最小值在 -50 左右. (h) 是 h^0 对应的光学传输函数 OTF, 其和 (b) 中的 h 共同作用得到的 h^+ (e) 是非负的, 从而得到非负的测量值 (f). 图中 (f) 和 (i) 的值都在 10^5 的数量级, 是非负的, 可用 CCD 准确记录, 二者之差即可得到用于 CS 所需要的测量值 y^{CS} .

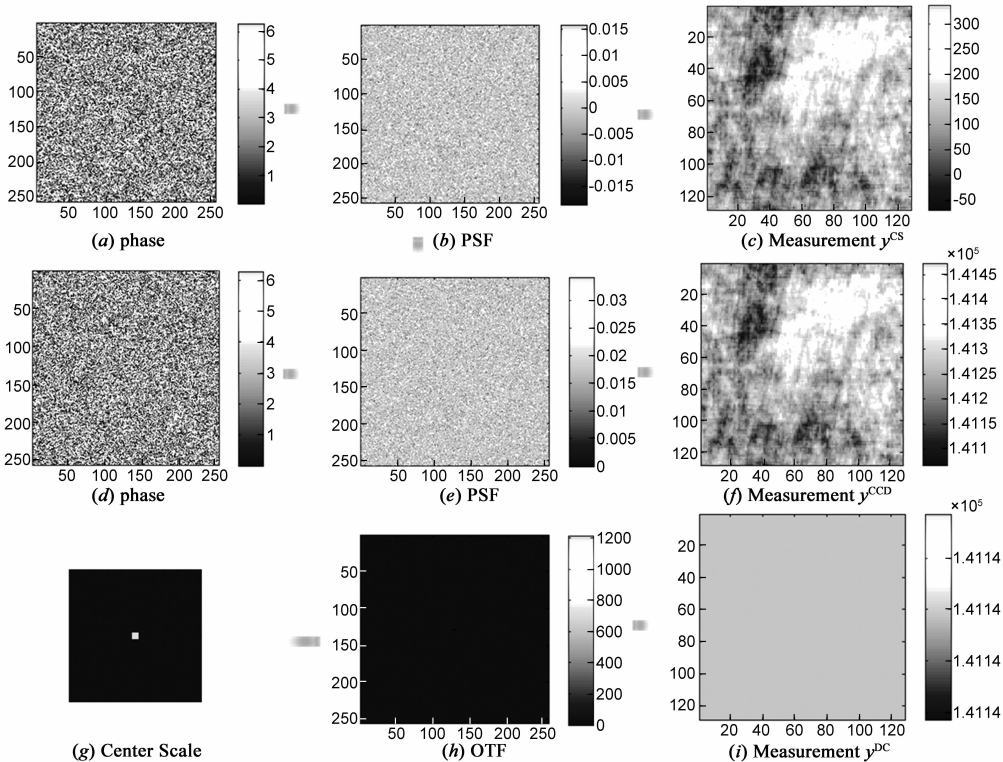


图2 实现测量值非负的原理

3.4 系统设计

上一节中描述实现测量值非负的原理. 下面给出实现上述原理的成像系统的设计. 为了具体实现式 (9) 的测量, 我们设计了一个新的成像系统, 最终成像架构示意图如图 3 所示. 图 3 中将式 (9) 的测量分为两部分, 分别使用两条基于 $4-f$ 架构的光路相互补偿实现测量值的非负性记录.

图 3 是实现测量值非负性的光学架构示意图, 物体发出的光经过分光镜分光变成两束, 一路经过图 1 中相同的 $4-f$ 光学架构通过 SLM (见图 3(a)) 实现相位的随机调制. 另一路光通过光强放大后再经过频域低通针孔孔径 (见图 3(b)) 的低通滤波得到均匀的光场, 然后再通过分光镜后其中一路叠加到经过 SLM 调制的光路上使其测量值非负, 从而被一个 CCD 记录 (见图 3(c)). 另一路直接到达另一个 CCD 后被记录 (见图 3(d)). 最终可以经过一定的处理得到用于压缩感知重建的测量值 y^{CS} :

$$y^{\text{CS}} = y^{\text{CCD}} - y^{\text{DC}} \quad (10)$$

其中 y^{CCD} 和 y^{DC} 可在单次曝光条件下同时记录. 然后使

用 CS 算法从 y^{CS} 中恢复原图像信息.

4 模拟实验

下面测试本文提出方法的有效性. 通过求解式 (2) 所表示的优化问题, 即使用重建算法从测量值 y^{CS} 中估计出稀疏系数 θ^{est} , 再使用 $g^{\text{est}} = \Psi\theta^{\text{est}}$ 得到估计图像 \hat{g} . 图 4(a) 是标准 Cameraman 图像, 大小为 512×512 . 图 4(b) 是图 3(d) 对应的测量值的三维显示图, 图 4(c) 是 y^{DC} 的三维显示图. 图 4(d) 是图 4(c) 图减去图 4(b) 后的三维显示图, 即测量值 y^{CS} , 大小为 128×128 , 这意味着水平、垂直方向的下采样率都是 4, 总测量值数目只有原总像素数的 $1/16$. 图 4(e) 和图 4(f) 分别是采用迭代软阈值 (Iterative Soft Thresholding, IST^[10]) 和梯度投影稀疏重构 (Gradient Projection for Sparse Reconstruction, GP-SR^[11]) 算法的重建结果. 稀疏基选用 Rice 大学提供的小波基 (Rice Wavelet Toolbox, RWT^[12]), 小波尺度都为 3, 信噪比分别为 27.50dB 和 26.74dB. 该实验结果表明本文提出的测量值非负方法的有效性.

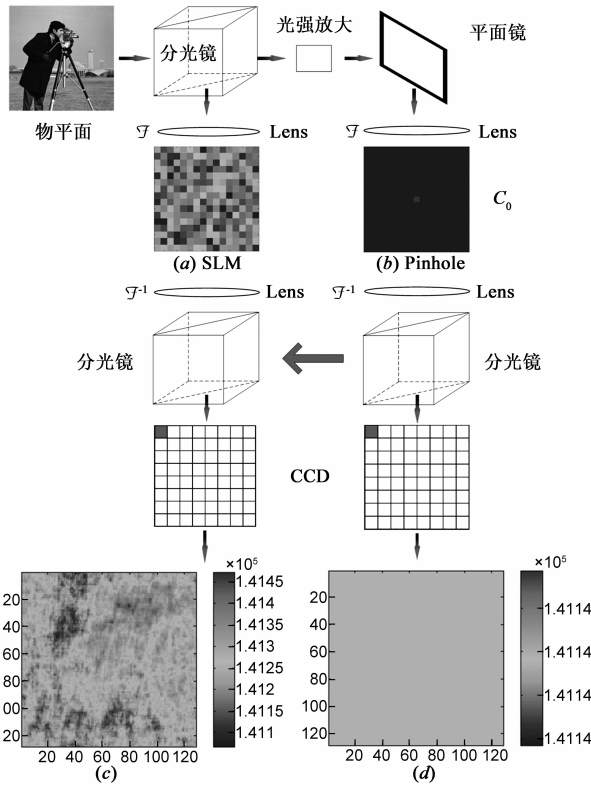


图3 实现测量值非负的光学结构示意图

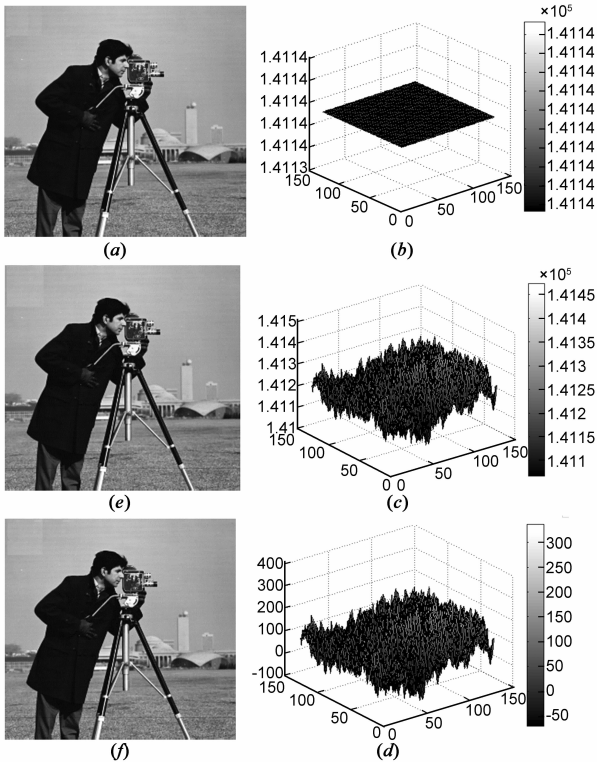


图4 数值实验

噪声是实际成像系统中不可避免的,因此下面考虑噪声对测量值的干扰,假定两条光路都存在噪声,此

时获得的测量值分别为

$$y^{\text{CCD}} = y_0^{\text{CCD}} + e_{\text{CCD}}$$

$$y^{\text{DC}} = y_0^{\text{DC}} + e_{\text{DC}}$$

其中, y_0^{CCD} 和 y_0^{DC} 分别对应无噪声的真实值, e_{CCD} 和 e_{DC} 假设是随机高斯噪声,从而得到测量值

$$y^{\text{CS}} = y^{\text{CCD}} - y^{\text{DC}}$$

$$= y_0^{\text{CCD}} - y_0^{\text{DC}} + (e_{\text{CCD}} - e_{\text{DC}})$$

$$= y_0^{\text{CS}} + e_{\text{Total}}$$

其中,总噪声 e_{Total} 仍然是高斯噪声,因此下面通过一个不同方差的噪声验证本文方法的鲁棒性.

下面测试图 3 所示的系统在不同方差的高斯噪声下重建误差曲线,测试图像为标准 Lena 和 Cameraman 图像,噪声标准差 $\sigma = [0, 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2.0]$. 二者的大小都为 1536×1536 ,下采样率 Δ_s 分别为 2, 3, 4, 6. 图像重建质量用信噪比 SNR 衡量,结果如图 5 所示.

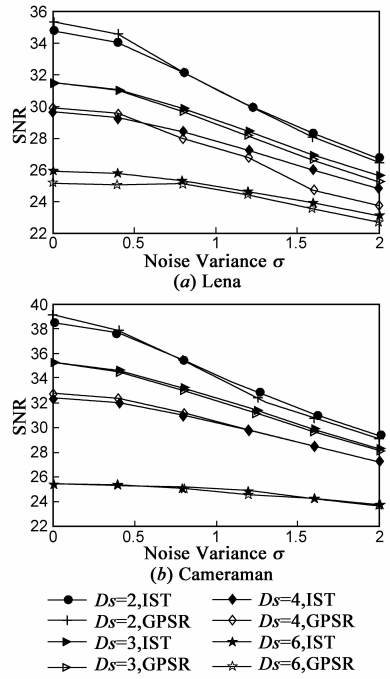


图5 鲁棒性测试

图 5 是 Lena 和 Cameraman 图像在图 3 系统下的鲁棒性测试结果.可以看出,相同噪声方差和相同下采样率 Δ_s , Cameraman 图像信噪比优于 Lena 图像,原因是等尺寸和尺度为 3 的 RWT 下, Cameraman 图像比 Lena 图像更稀疏.由此导致信噪比的差异.

在实际应用中,如果需要进一步降低噪声的影响,可以采用多次曝光获得同一场景的多组测量值,然后采用平均或其他更有效的方法以降低随机噪声的负面影响.由于本文的方法是在单次曝光条件下完成测量值的记录,在目前相机的曝光速度下,可以在非常短的时间内完成多次曝光,获得同一场景的多组测量值,从

而实现对噪声的抑制。

5 小结

本文主要讨论基于相位随机编码的压缩成像方法与实际系统相结合的测量的非负性物理限制. 首先分析非负性测量实现的基本原理, 然后通过对相位掩膜的光学传输函数对应的点扩散函数的正向偏移, 使所有元素非负, 然后在测量值上减去常量偏移的影响, 在不降低重建精度的条件下实现压缩测量与物理约束的契合. 基于此原理, 本文给出一种新的成像结构, 实现物理可记录的压缩测量值的准确测量. 数值实验验证其方法的有效性和鲁棒性, 具有较大的应用潜力, 后续的工作主要是设计相应的物理平台验证该方法的有效性.

参考文献

- [1] 杨海蓉, 等. 压缩传感理论与重构算法[J]. 电子学报, 2011, 39(1): 142 - 148.
YANG Hairong, et al. The theory of compressed sensing and reconstruction algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(1): 142 - 148. (in Chinese)
- [2] 石光明, 等. 压缩传感理论及其研究发展[J]. 电子学报, 2009, 37(5): 1070 - 1081.
Shi Guangming, et al. Advance in theory and application of compressed sensing[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(5): 1070 - 1081. (in Chinese)
- [3] Duarte M F, et al. Single-pixel imaging via compressive sampling[J]. IEEE Magazine on Signal Processing, 2008, 25(2): 83 - 91.
- [4] Stern A, et al. Random projections imaging with extended space-bandwidth product[J]. Journal of Display Technology. 2007, 3(3): 315 - 320.
- [5] 张成, 等. 循环-托普利兹块相位掩模可压缩双透镜成像[J]. 光学学报, 2011, 31(8): 811001.
Zhang Cheng, et al. Compressive double-lens imaging using circulant-toeplitz-block phase mask[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(8): 811001. (in Chinese)
- [6] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2006, 52(4), 1289 - 1306.
- [7] Candès E, et al. Robust uncertainty principles: exact signal re

construction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 2006, 52(2): 489 - 509.

- [8] Igasaki Y, et al. High efficiency electrically-addressable phase-only spatial light modulator[J]. Optical Review, 1999, 6(4), 339 - 344.
- [9] Romberg J. Compressive sensing by random convolution[J]. SIAM J. Imag. Sci., 2009, 2(4): 1098 - 1128.
- [10] Bioucas-Dias J, et al. A new TwIST: Two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration[J]. IEEE Trans. Image Process., 2007, 16(12): 2992 - 3004.
- [11] Figueiredo M, et al. Gradient projection for sparse reconstruction: application to compressed sensing and other inverse problems[J]. IEEE J. Sel. Top. Sign. Proces., 2007, 1(4): 586 - 597.
- [12] Guo H T. Rice wavelet toolbox[CP/OL]. <http://dsp.rice.edu/software/rice-wavelet-toolbox>.

作者简介



张成男, 1984年出生, 安徽庐江人, 博士. 研究方向为光学成像, 相位检索与信号处理.
E-mail: question1996@163.com



程鸿女, 1981年出生, 安徽合肥人, 博士. 研究方向为相位检索与信号处理.

张芬女, 1980年出生, 安徽庐江人, 博士研究生. 研究方向为相位检索.

沈川男, 1986年出生, 安徽舒城人, 博士研究生, 研究方向为全息显示.

韦穗(通讯作者)女, 1946年出生, 广西桂林人, 教授, 博导. 研究方向为图像处理、三维全息显示.

E-mail: swei@ahu.edu.cn